

INVITACIÓN

Por este medio invitamos a participar proponiendo problemas.
Para hacer llegar un problema, postear en <http://www.rinconmatematico.com/foros> y colocar el problema como archivo adjunto. Esto lo hará visible para todos los integrantes.
La única condición para enviar un problema, es haber sentido gusto o curiosidad. No hace falta haberle encontrado una solución.

Problema del mes - Junio de 2004

Sea $f : [a, b] \rightarrow R$ una función continua, y $F : [a, b] \rightarrow R$ una función vinculada con f de la siguiente manera:

$$x, y \in [a, b] \Rightarrow F(y) - F(x) \geq (y - x)f(x).$$

Probar al menos dos de las siguientes propiedades.

- a) f es creciente en $[a, b]$.
- b) F es convexa en $[a, b]$. (*)
- c) Si $a = a_0 < a_1 < a_2 < \dots < a_n = b$ es una partición de $[a, b]$, entonces

$$\sum_{k=0}^{n-1} (a_{k+1} - a_k) f(a_k) \leq F(b) - F(a) \leq \sum_{k=0}^{n-1} (a_{k+1} - a_k) f(a_{k+1})$$

d) $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

(*) F es convexa sobre un intervalo I sii

$$x, y \in I \Rightarrow f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y) \text{ para todo } \lambda \in [0, 1]$$

<http://www.rinconmatematico.com>

<http://www.rinconmatematico.com/foros>

Enviando la solución a los foros, es posible colocarla como archivo adjunto.